畳み込み積分（convolution）

■時間領域

$$s(t) = f(t) * g(t) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\tau) g(t-\tau) d\tau$$

離散化すると、

$$s(i\Delta t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} f(k\Delta t) g(i\Delta t - k\Delta t) \Delta t$$

ここで、Δt は離散化したときの時間ステップである。

■周波数領域

$$\hat{s}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} [\int_{-\infty}^{\infty} f(\tau) g(t-\tau) d\tau] e^{-i\omega t} dt$$

$z = t - \tau$ 　として

$$= \int_{-\infty}^{\infty} [\int_{-\infty}^{\infty} f(\tau) g(z) d\tau] e^{-i\omega z} e^{-i\omega \tau} dt$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} [\int_{-\infty}^{\infty} f(\tau) e^{-i\omega \tau} d\tau] g(z) e^{-i\omega z} dt$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} \hat{f}(\omega) g(z) e^{-i\omega z} dt$$

$$= \hat{f}(\omega) \hat{g}(\omega)$$

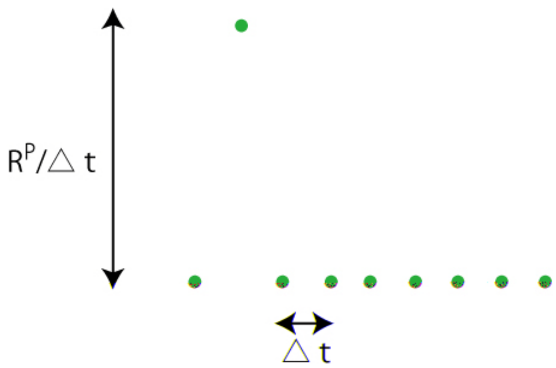
畳み込み積分を使いながら均質無限媒質のＰ波の波形をつくる

断層運動による遠地　波の変位の式のうち、放射特性と時間関数の部分を

$$R^P \dot{M}(t-\frac{r}{\alpha}) = R^P \delta(t) * \dot{M}(t-\frac{r}{\alpha})$$

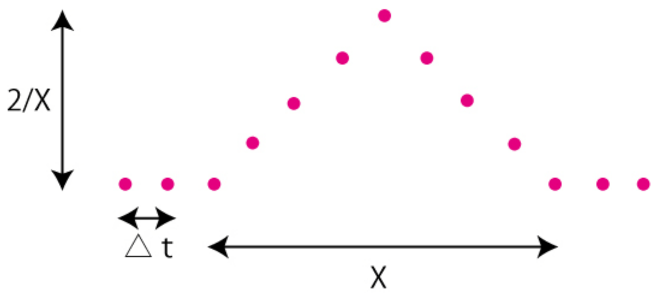
と置き換えて、プログラムを作る。

畳み込み積分の式で、 $f(t) = R^P \delta(t)$ となる。離散化するので、実際には



のような値をもつ関数（プログラムでは配列）を、まずはつくることになる。

一方、 $g(t) = \dot{M}(t-\frac{r}{\alpha})$。演習では、これを面積１となる三角形の関数として、



のような形の値をもつ関数（配列）を次につくる。最後に、これら２つの関数（配列）を畳み込み積分し、結果を　　　　　で見られるようにプログラムをつくる。

　の値は後で変えられるようにしておく。後の演習で、　の値を変えた場合の波形の違いを調べる。

Δt は　　秒とし、まずは　を　　秒とする。断層の走向、傾斜角、すべり角も必要になるが、まずは、　　、　　、　　として、結果を見てみる。